

مسئله‌های ریاضیات کانگورو ۱۳۹۴

اول دبیرستان

از صبح روز ۱۰ اردیبهشت می‌توانید پاسخ
مسئله‌ها را در سایت ریاضیات کانگورو ببینید.
نشانی: www.mathkangaroo.ir



نام:
نام خانوادگی:
شماره‌ی داوطلبی:

توجه: نمره‌ی منفی ندارد.

مسئله‌های سه امتیازی



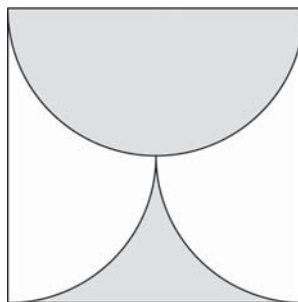
۱. کدام یک از عددهای زیر به $2/51 \times 15/20$ نزدیک‌تر است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰۰۰ (۵) ۱۰۰۰۰۰۰

۲. مادر لباس‌ها را شست و بلوزها را روی بند رخت آویزان کرد. بعد از بچه‌هایش خواست که بین هر دو بلوز یک لنگه جوراب آویزان کنند. سرانجام ۲۹ تکه لباس روی بند رخت آویزان شدند. چند بلوز آویزان بودند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴ (۵) ۱۵

۳. در شکل، مرز بخش سایه‌خورده‌ی مربع به ضلع a یک نیم‌دایره و دو ربع‌دایره است. مساحت ناحیه چقدر است؟

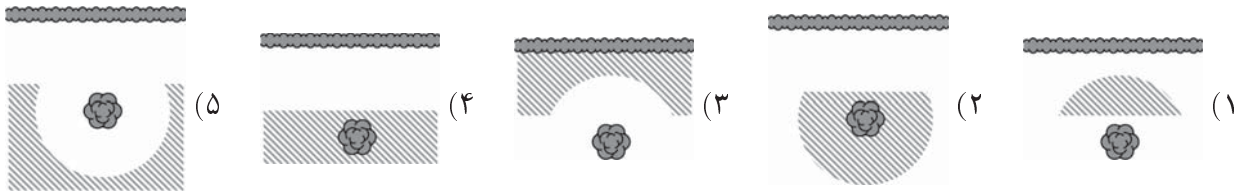


- (۱) $\frac{\pi a^2}{8}$ (۲) $\frac{a^2}{2}$ (۳) $\frac{\pi a^2}{2}$ (۴) $\frac{a^2}{4}$ (۵) $\frac{\pi a^2}{4}$

۴. سه خواهر ۳۰ کلوچه خریدند و هر کدام ده تا از کلوچه‌ها را برداشتند. خواهر اولی ۸۰۰۰ تومان پول داد، خواهر دومی ۵۰۰۰ تومان و خواهر سومی ۲۰۰۰ تومان. اگر آن‌ها بخواهند کلوچه‌ها را به نسبت پولی که هر کدامشان پرداخته است تقسیم کنند، خواهر اولی باید چند کلوچه‌ی دیگر بگیرد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷ (۵) ۶

۵. مردی می‌خواهد جواهری را که سال‌ها پیش در باغش مخفی کرده است، بیرون بیاورد. او فقط یادش هست که فاصله‌ی جواهر از پرچین دست‌کم ۵m و فاصله‌ی جواهر از ریشه‌ی درخت گلابی قدیمی حداکثر ۵m بوده است. در کدام شکل، ناحیه‌ای که این مرد باید برگردد درست مشخص شده است؟



۶. رقم یکان $2015^5 + 2015^4 + 2015^3 + 2015^2 + 2015$ چند است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵) ۹

۷. کلاسی ۳۳ دانش‌آموز دارد. آن‌ها به دو درس ریانه و فیزیک بیشتر از درس‌های دیگر علاقه دارند. سه دانش‌آموز به هر دو درس علاقه دارند. تعداد دانش‌آموزانی که فقط به درس ریانه علاقه دارند، دو برابر تعداد دانش‌آموزانی است که فقط به فیزیک علاقه دارند. چند دانش‌آموز به درس ریانه علاقه دارند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲ (۵) ۲۳

۸. کدام عدد نه مربع کامل است نه مکعب کامل؟

- (۱) ۶۱۳ (۲) ۵۱۲ (۳) ۴۱۱ (۴) ۳۱۰ (۵) ۲۹

۹. آقای شمعدانی صد شمع خریده است. او هر روز یک شمع روشن می‌کند و از باقیمانده‌ی هفت شمع سوخته، یک شمع جدید درست می‌کند. او بعد از چند روز باید باز هم شمع بخرد؟

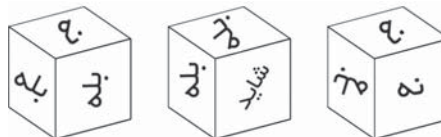
- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۱۶ (۵) ۱۱۷

۱۰. تعداد زاویه‌های قائمه در یک چندضلعی محدب n است. همه‌ی مقدارهای ممکن n کدام‌اند؟

- (۱) ۱, ۲, ۳ (۲) ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ (۳) ۰, ۱, ۲, ۳ (۴) ۰, ۱, ۲ (۵) ۱, ۲

مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. در شکل زیر، تاس تصمیم مرا در سه وضع مختلف می‌بینید. احتمال اینکه تاس «بله» بیاید چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۵) $\frac{5}{6}$

۱۲. در شکل روبه‌رو، طول ضلع هر مربع کوچک ۱ است. اگر بخواهیم فقط روی ضلع‌ها یا قطرهای مربع‌ها حرکت کنیم، طول کوتاه‌ترین مسیر از «شروع» به «پایان» چقدر است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$ (۵) ۶

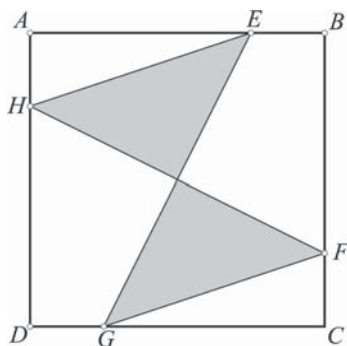
۱۳. هر کدام از ساکنان سیاره‌ی «بال‌بال» دست‌کم دو گوش دارد. سه‌تا از آن‌ها به نام‌های ایمی، دیمی و سیمی در دهانه‌ی یک آتشفشان همدیگر را دیدند. ایمی گفت: «من ۸ گوش می‌بینم». دیمی گفت: «من ۷ گوش می‌بینم». سیمی گفت: «عجیب است؛ من فقط ۵ گوش می‌بینم». هیچ‌کدام از آن‌ها گوش‌های خودشان را نمی‌بینند. سیمی چند گوش دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵) ۷

۱۴. در ظرفی به شکل منشور قائم که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع 10 cm است، تا ارتفاع h آب می‌ریزیم. مکعبی توپر به ضلع 2 cm را در ظرف می‌اندازیم. اگر بخواهیم مکعب کاملاً در آب فرو برود، مقدار h دست‌کم چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $1/92$ (۲) $1/93$ (۳) $1/90$ (۴) $1/91$ (۵) $1/94$

۱۵. در شکل، مساحت مربع $ABCD$ برابر 80 است. نقطه‌های E و F و G و H روی ضلع‌های مربع هستند و $AE = BF = CG = DH$. اگر $AE = 3EB$ ، مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده چقدر است؟



- (۱) 20 (۲) 25 (۳) 30 (۴) 35 (۵) 40

۱۶. حاصل ضرب سن پدر و پسر 2015 است. اختلاف سن آن‌ها چقدر است؟ (سن‌ها را عدد طبیعی در نظر بگیرید.)

- (۱) 26 (۲) 29 (۳) 31 (۴) 34 (۵) 36

۱۷. چهار وزنه‌ی a و b و c و d را مطابق شکل روی کفه‌های ترازویی گذاشتیم. دوتا از وزنه‌ها را جابه‌جا کردیم و وضع ترازو عوض شد. کدام وزنه‌ها جابه‌جا شده‌اند؟



- (۱) b و a (۲) d و b (۳) c و b (۴) d و a (۵) c و a

۱۸. فرض کنید هر دو ریشه‌ی $x^2 - 85x + c = 0$ عدد اول هستند. حاصل جمع رقم‌های c چقدر است؟

- (۱) 12 (۲) 13 (۳) 14 (۴) 15 (۵) 21

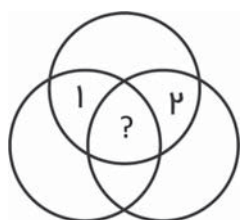
۱۹. چند عدد طبیعی سه‌رقمی وجود دارند که اختلاف هر دو رقم مجاورشان ۳ باشد؟

- (۱) 12 (۲) 14 (۳) 16 (۴) 20 (۵) 27

۲۰. کدام گزینه مثال نقضی برای این حکم است؟ «اگر n اول باشد آنگاه دقیقاً یکی از $n - 2$ و $n + 2$ اول است.»

- (۱) $n = 11$ (۲) $n = 19$ (۳) $n = 21$ (۴) $n = 29$ (۵) $n = 37$

مسئله‌های پنج امتیازی



۲۱. در شکل، هفت ناحیه را نشان داده‌ایم که با سه دایره تشکیل شده‌اند. در هر ناحیه، عددی می‌نویسیم. می‌خواهیم عدد هر ناحیه برابر حاصل جمع عددهای همه‌ی ناحیه‌های همسایه‌ی آن ناحیه باشد (دو ناحیه همسایه‌اند؛ اگر مرزهایشان در بیشتر از یک نقطه مشترک باشند). دوتا از عددها معلوم‌اند. عدد ناحیه‌ی مرکزی کدام است؟

- (۱) 0 (۲) -3 (۳) 3 (۴) -6 (۵) 6

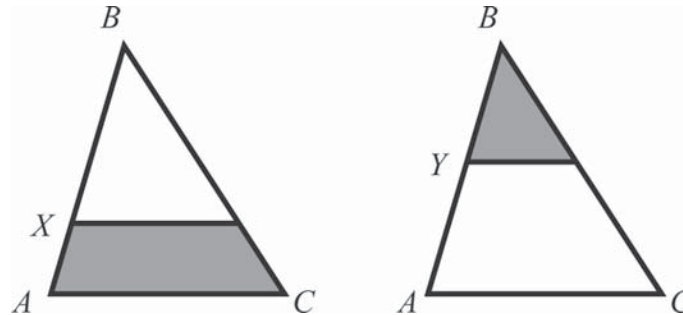
۲۲. پرهام در قفسه‌ی کتابخانه‌اش سه فرهنگ لغت مختلف و دو رمان مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند این کتاب‌ها را طوری در قفسه بچیند که فرهنگ‌های لغت کنار هم و رمان‌ها کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰ (۵) ۱۲۰

۲۳. چند عدد طبیعی دو رقمی را می‌توانیم به صورت حاصل جمع شش توان مختلف ۲ (از جمله 2^0) بنویسیم؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴

۲۴. در شکل‌های زیر، یک بار از X و یک بار از Y در مثلث ABC خطی به موازات AC کشیده‌ایم. مساحت ناحیه‌های سایه‌خورده باهم برابر است. اگر $1:4 = BX:XA$ ، مقدار $BY:YA$ چقدر است؟



- (۱) ۱:۱ (۲) ۲:۱ (۳) ۳:۱ (۴) ۳:۲ (۵) ۴:۳

۲۵. در مثلی قائم‌الزاویه، نیم‌ساز یکی از زاویه‌های حاده ضلع مقابل را به پاره‌خطهایی به طول ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. طول این نیم‌ساز چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{4}$ (۴) $\sqrt{5}$ (۵) $\sqrt{6}$

۲۶. عددی دو رقمی با دهگان a و یکان b را با \overline{ab} نشان می‌دهیم. فرض کنید a و b و c رقم‌هایی متمایزند. به چند طریق می‌توانیم رقم‌های a و b و c را طوری انتخاب کنیم که $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$ ؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۵ (۴) ۲۰۱ (۵) ۵۰۲

۲۷. یکی از عددهای ۱، ۲، ۳، ...، $n-1$ ، n را حذف کرده‌ایم و میانگین عددهای باقی‌مانده $4/8$ است. کدام عدد حذف شده است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹ (۵) نمی‌توان معین کرد.

۲۸. مورچه‌ای روی یکی از رأس‌های مکعبی به ضلع ۱ است. او می‌خواهد همه‌ی یال‌های مکعب را در کوتاه‌ترین مسیر ممکن طی کند و سر جای اولش برگردد. طول کوتاه‌ترین مسیر چقدر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶ (۵) ۲۰

۲۹. ده عدد متمایز را می‌نویسیم و زیر هر عددی که حاصل ضرب نه عدد دیگر است، خط می‌کشیم. حداکثر زیر چند عدد ممکن است خط بکشیم؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۹ (۵) ۱۰

۳۰. چند نقطه را روی خطی مشخص کرده‌ایم. همه‌ی پاره‌خطهایی را که دو سرشان از این نقطه‌هاست در نظر می‌گیریم. یکی از این نقطه‌ها روی 80° تا از این پاره‌خط‌ها و یکی دیگر از نقطه‌ها روی 90° تا از این پاره‌خط‌هاست. چند نقطه را روی خط مشخص کرده‌ایم؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۲ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰ (۵) نمی‌توان معین کرد.